

SURAT - TUGAS

Nomor: 064-D/352/FT-UNTAR/I/2021

Dekan Fakultas Teknik Universitas Tarumanagara, dengan ini menugaskan kepada Saudara:

- 1. Ir. Fannywati Itang, M.M.**
- 2. Ir. Jemy Wijaya, M.T.**

Untuk melaksanakan kegiatan **Penelitian Mandiri** dengan data sebagai berikut:

Judul Penelitian : Beberapa Variasi dalam Menganalisa Struktur Balok Statis
Tak Tentu dengan Metode Gaya (Force Method)
Waktu Pelaksanaan : 20 november 2020 - 20 Desember 2020
Biaya : Rp. 3.000.000,- (Tiga Juta Rupiah)

Demikian Surat Tugas ini dibuat, untuk dilaksanakan dengan sebaik-baiknya dan melaporkan hasil penugasan tersebut kepada Dekan Fakultas Teknik Universitas Tarumanagara.

21 Januari 2021

Dekan



Harto Tanujaya, S.F., M.I., Ph.D.

Tembusan:

1. Kaprodi. Sarjana Teknik Sipil
2. Kasubag. Personalia
3. Arsip

PROGRAM STUDI :

- Sarjana Arsitektur, Magister Arsitektur, Sarjana Perencanaan Wilayah dan Kota, Magister Perencanaan Wilayah dan Kota
- Sarjana Teknik Sipil, Magister Teknik Sipil, Doktor Teknik Sipil
- Sarjana Teknik Mesin, Sarjana Teknik Industri, Sarjana Teknik Elektro

Jl. Letjen. S. Parman No.1 - Jakarta 11440

P : (021) 5663124 - 5672548 - 5638335

MPWK : (021) 56967322, MTS : (021) 5655801 - 5655802, DTS : (021) 56967015 - 5645907

F : (021) 5663277, MTS : (021) 5655805, MPWK : (021) 5645956

E : ft@untar.ac.id

SURAT KETERANGAN
No. 001 - Perpust TDI/UNTAR/I/2021

Kepala Perpustakaan Teknik, Desain dan Informatika Universitas Tarumanagara menerangkan bahwa buku dengan Judul:

Beberapa Variasi dalam Menganalisis Struktur Balok Statis Tak Tentu dengan Metode Gaya (Forced Method), Desember 2020

Oleh : Ir. Fannywati Itang, M.M. dan Ir. Jemy Wijaya, M.T.
Staf Pengajar Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik
Universitas Tarumanagara

Disimpan sebagai Koleksi Perpustakaan TDI Universitas Tarumanagara Jakarta.
Demikian Surat Keterangan ini dibuat, agar dapat digunakan sesuai dengan keperluannya.

Jakarta, 04 Januari 2021

Kepala Perpustakaan,



Dr. Harsiti, M.Si.

**BEBERAPA VARIASI DALAM MENGANALISIS
STRUKTUR BALOK STATIS TAK TENTU
DENGAN METODE GAYA (*FORCE METHOD*)**



Oleh:
Ir. Fannywati Itang, M.M.
Ir. Jemy Wijaya, M.T.

**Program Studi Sarjana Teknik Sipil
Fakultas Teknik
Universitas Tarumanagara
Jakarta
Desember
2020**

DAFTAR ISI

	Hal
DAFTAR ISI	i
DAFTAR GAMBAR	ii
ABSTRAK	iv
BAB 1. PENDAHULUAN	1
BAB 2. KAJIAN PUSTAKA	3
BAB 3. METODE PENELITIAN	6
BAB 4. PAPARAN DATA DAN HASIL PENELITIAN	7
BAB 5 PENUTUP	24
DAFTAR PUSTAKA	25

DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 1. Struktur balok statis tak tentu	3
Gambar 2. Struktur balok statis tertentu bentuk I	3
Gambar 3. Struktur balok statis tertentu bentuk II	4
Gambar 4. Struktur balok statis tertentu bentuk III	4
Gambar 5. Struktur balok statis tertentu bentuk IV	4
Gambar 6. Struktur balok statis tertentu bentuk V	5
Gambar 7. Struktur balok statis tertentu bentuk I	7
Gambar 8. Lendutan balok akibat beban luar.	7
Gambar 9. Lendutan balok akibat redundant Q_{1B}	7
Gambar 10. Lendutan balok akibat redundant Q_{2C}	7
Gambar 11. Bidang momen akibat beban luar	8
Gambar 12. Bidang momen akibat beban satuan Q_{1B}	8
Gambar 13. Bidang momen akibat beban satuan Q_{2C}	8
Gambar 14. Besar reaksi V_B dan V_C pada struktur statis tertentu I	10
Gambar 15. Struktur Balok Statis tertentu bentuk II	10
Gambar 16. Deformasi balok akibat beban luar	11
Gambar 17. Deformasi akibat beban satuan Q_{1A}	11
Gambar 18. Deformasi akibat beban satuan Q_{2B}	11
Gambar 19. Struktur Balok Statis tertentu bentuk III	13
Gambar 20. Freebody Struktur	13
Gambar 21. Diagram bidang momen akibat beban luar	13
Gambar 22. Diagram bidang momen akibat beban satuan Q_{1B}	13
Gambar 23. Beban satuan Q_{2B}	14
Gambar 24. Freebody struktur akibat beban satuan Q_{2B}	14
Gambar 25. Bidang momen akibat beban satuan Q_{2B}	14
Gambar 26. Struktur Balok Statis tertentu bentuk IV	16
Gambar 27. Beban P pada struktur statis tertentu IV	16
Gambar 28. Bidang momen akibat beban P pada struktur statis tertentu IV	16
Gambar 29. Beban q pada struktur statis tertentu IV	16

Gambar 30. Bidang momen akibat beban q pada struktur statis tertentu IV	17
Gambar 31. Beban Q_{1A} pada struktur statis tertentu IV	17
Gambar 32. Bidang momen akibat beban Q_{1A} pada struktur statis tertentu IV	17
Gambar 33. Beban Q_{2B} pada struktur statis tertentu IV	17
Gambar 34. Bidang momen akibat beban Q_{2B} pada struktur statis tertentu IV	17
Gambar 35. Struktur Balok Statis tertentu bentuk V	20
Gambar 36. Beban P pada struktur statis tertentu V	20
Gambar 37. Bidang momen akibat beban P pada struktur statis tertentu V	20
Gambar 38. Beban q pada struktur statis tertentu V	20
Gambar 39. Bidang momen akibat beban q pada struktur statis tertentu V	20
Gambar 40. Bidang momen akibat beban Q_{1A} pada struktur statis tertentu V	21
Gambar 41. Bidang momen akibat beban Q_{2C} pada struktur statis tertentu V	21
Gambar 42. Diagram bidang Momen dan Lintang	23

Abstrak.

Dalam menganalisis struktur balok struktur statis tak tentu perlu mengubah struktur balok statis tak tentu tersebut menjadi struktur balok yang statis tertentu. Dalam perubahan tersebut akan menimbulkan kelebihan gaya/redundant. Metode gaya/Force method digunakan untuk mencari besar gaya kelebihan/redundant pada balok statis tak tentu tersebut. Akan dibahas lima cara perubahan struktur statis tak tentu yang digunakan menjadi struktur statis tertentu dengan kelebihan gaya/redundant berbentuk momen atau gaya. Besar gaya-gaya kelebihan/redundant tersebut akan dihitung besarnya yang menghasilkan nilai yang sama dari ke lima cara yang digunakan

Kata kunci: batang, redundant, gaya, momen, Forced method

BAB I

PENDAHULUAN

Metode gaya (Forced Method) merupakan perluasan dari metode Maxwell-Mohr yang pada mulanya dikembangkan oleh JC Maxwell pada tahun 1864 dan OC Mohr pada tahun 1874. Dalam pendekatan ini struktur statis tak tentu dianalisis dengan menurunkan persamaan kesepadanan (persamaan kompatibilitas) dalam koefisien fleksibilitas dan gaya kelebihan (redundant) yang dipilih. Pembentukan persamaan ini melibatkan perhitungan perpindahan untuk struktur statis tertentu dari struktur semula yang statis tak tentu (dengan menghilangkan gaya kelebihan sehingga struktur menjadi statis tertentu).

Metode gaya ini akan disajikan dalam matriks agar dapat diterapkan pada struktur yang rumit, walaupun untuk pertama-tama harus diselesaikan dengan cara yang sederhana dan hanya ditujukan untuk menjabarkan konsep dasarnya. Keuntungan penggunaan matriks langkah perhitungan dapat diorganisir dan kesalahan dalam proses penyelesaiannya bisa dihindari.

Sebelum menganalisis suatu struktur berupa statis tertentu atau tak tentu, perlu menentukan derajat statis tak tentu pada struktur tersebut dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$°S = 3F + 2S + 1R + 3m - 3j \text{ dimana:}$$

°S = jumlah derajat statis tak tentu

F = jumlah perletakan jepit (Fixed)

S = jumlah perletakan sendi

R = jumlah perletakan rol

m = jumlah batang (member)

j = jumlah joint/titik

Catatan: batang bagian kantilever tidak dianggap sebagai batang.

1.1. Latar Belakang

Perhitungan besar gaya kelebihan/redundant pada struktur statis tak tentu diperlukan dalam perhitungan struktur. Dengan beberapa kemungkinan menjadikan bentuk struktur statis tertentu, besar gaya kelebihan/redundant dapat diselesaikan. Ada beberapa bentuk struktur statis tertentu yang ditinjau untuk menyelesaikan perhitungan struktur statis tak tentu tersebut.

1.2. Rumusan Masalah

Bagaimana menjadikan struktur tak tentu menjadi beberapa bentuk struktur statis tertentu?

Berapa jumlah gaya kelebihan/redundant yang timbul akibat perubahan struktur tersebut?
Bagaimana menghitung besar gaya kelebihan/redundant pada struktur statis tertentu tersebut?

1.3. Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk

- Menghitung jumlah gaya kelebihan/redundant yang terjadi akibat perubahan struktur batang statis tak tentu menjadi struktur batang statis tertentu.
- Menghitung besar gaya kelebihan/redundant yang timbul akibat perubahan struktur batang statis tak tentu menjadi struktur batang statis tertentu.

1.4. Kegunaan Penelitian

Membuktikan pengambilan beberapa model struktur batang statis tertentu menghasilkan besar gaya kelebihan/redundant yang sama.

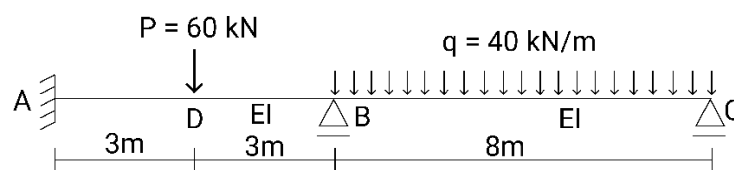
BAB II KAJIAN PUSTAKA

II.1. Beberapa langkah penyelesaian struktur statis tak tentu adalah sebagai berikut:

1. Jadikan struktur statis tak tentu menjadi struktur statis tertentu (struktur dasar). Dari beberapa kemungkinan model struktur statis tertentu yang dapat terjadi ambil satu model saja untuk dianalisis.
2. Hitung deformasi dari perletakan yang dilepas akibat beban luar.
3. Hitung deformasi dari perletakan yang dilepas akibat beban satuan (unit load).
4. Dengan persamaan kompatibilitas dititik perletakan yang dilepas maka besaran gaya kelebihan/redundant yang dicari dapat diperoleh. Untuk struktur statis tak tentu derajat tiga sebaiknya menggunakan metode matriks untuk menyelesaikannya.

II.2. Perubahan bentuk Struktur Balok Statis tak tentu menjadi Struktur Balok Statis tertentu

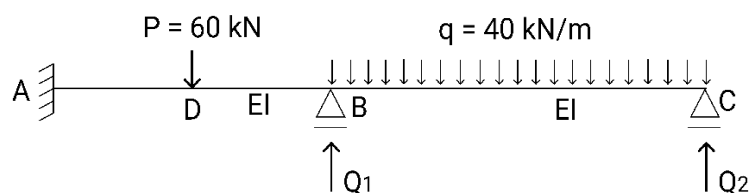
Bentuk Struktur Balok Statis tak tentu.



Gambar 1. Struktur Balok Statis tak tentu

Bentuk struktur balok statis tak tentu ini diubah menjadi struktur balok statis tertentu. Ada lima kemungkinan bentuk struktur balok statis tertentu yang dapat terjadi.

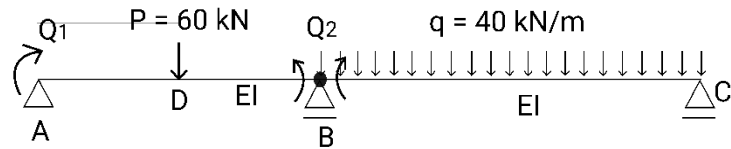
1. Bentuk struktur balok statis tertentu I.



Gambar 2 . Struktur balok statis tertentu bentuk 1

Reaksi perletakan rol B dan C menjadi redundant Q_1 dan Q_2

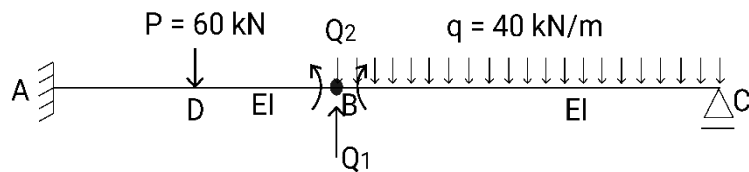
2. Bentuk struktur balok statis tertentu II.



Gambar 3. Struktur balok statis tak tentu bentuk II

Perletakan jepit A menjadi Sendi dan perletakan rol B dipasang sendi engsel. Redundant adalah momen Q_1 dan Q_2

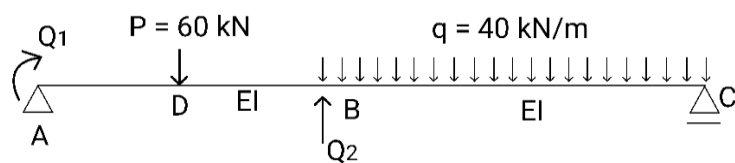
3. Bentuk struktur balok statis tertentu III.



Gambar 4 . Struktur balok statis tak tentu bentuk 3

Perletakan rol B diganti menjadi sendi gerber. Gaya Q_1 dan Momen Q_2 sebagai redundant.

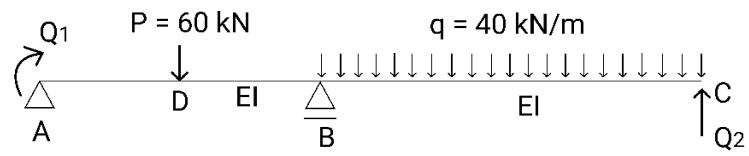
4. Bentuk struktur balok statis tertentu IV



Gambar 5 . Struktur balok statis tak tentu bentuk IV

Momen Q_1 dan gaya Q_2 sebagai redundant

5. Bentuk struktur balok statis tertentu V



Gambar 6 . Struktur balok statis tak tentu bentuk 5

Momen Q_1 dan gaya Q_2 sebagai redundant

BAB III

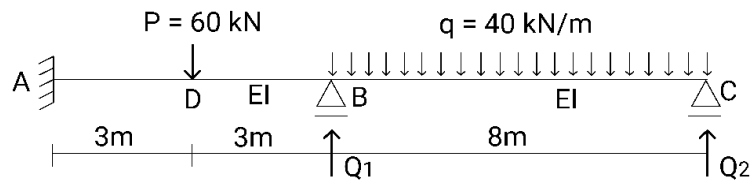
METODE PENELITIAN

Penelitian dilakukan dengan melakukan perubahan struktur balok statis tak tentu menjadi struktur balok statis tertentu. Perubahan-perubahan tersebut akan menimbulkan redundant atau gaya kelebihan, dimana gaya kelebihan /redundant tersebut dapat berupa momen atau gaya yang akan dihitung besarnya. Perubahan struktur statis tak tentu menjadi struktur statis tertentu tersebut dapat menghasilkan kelebihan gaya/redundant lebih dari satu. Besar kelebihan gaya/redundant dapat dihitung dengan berbagai metode, dalam bahasan disini akan menggunakan metode gaya/Forced method. Jika kelebihan gaya/redundant lebih dari dua maka digunakan matriks untuk penyelesaiannya.

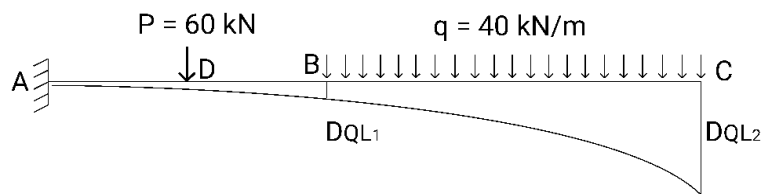
BAB IV
PAPARAN DATA DAN HASIL PENELITIAN

Pada penelitian ini akan dilakukan perhitungan besar redundant dari lima kemungkinan bentuk struktur statis tertentu yang dapat terjadi

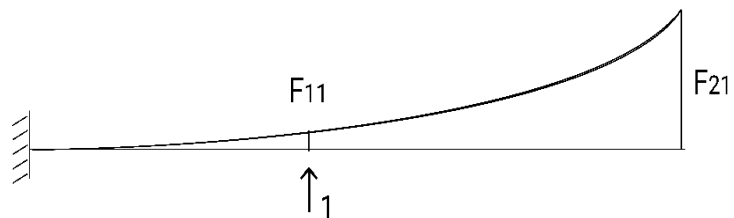
IV.1. Bentuk struktur balok statis tertentu I.



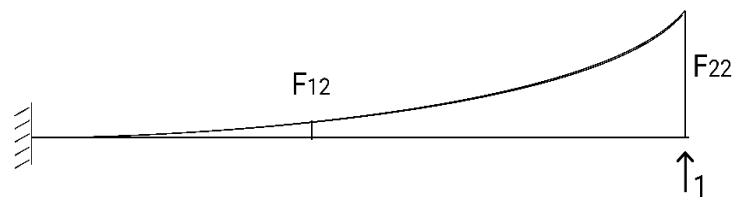
Gambar 7. Struktur Balok Statis tertentu bentuk I



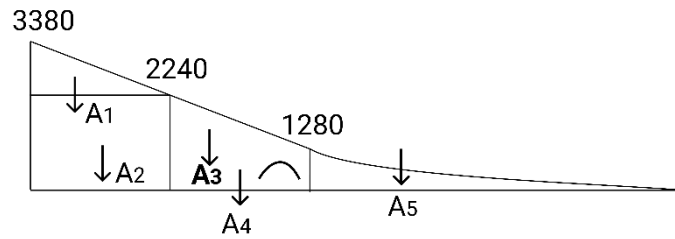
Gambar 8. Lendutan balok akibat beban luar



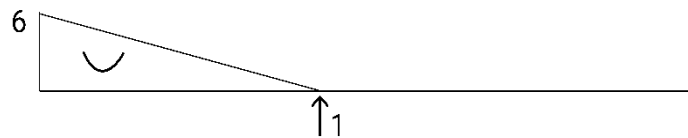
Gambar 9. Lendutan balok akibat redundant Q_{1B}



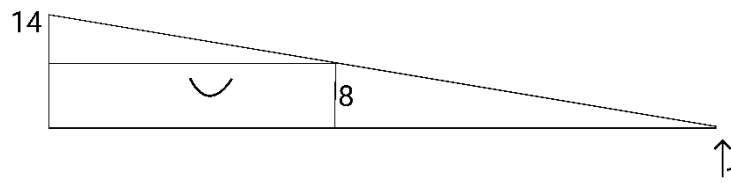
Gambar 10. Lendutan balok akibat redundant Q_{2C}



Gambar 11. Bidang momen akibat beban luar



Gambar 12. Bidang momen akibat beban satuan Q_{1B}



Gambar 13. Bidang momen akibat beban satuan Q_{2C}

Menghitung besar deformasi yang terjadi

Akibat beban luar

$$A_1 = \frac{1/2 (3) (3380 - 2240)}{EI} = \frac{1710}{EI} \quad y_1 = 5 \quad y_1' = 13$$

$$A_2 = \frac{(3) (2240)}{EI} = \frac{6720}{EI} \quad y_2 = 4,5 \quad y_2' = 12,5$$

$$A_3 = \frac{1/2 (3) (2240 - 1280)}{EI} = \frac{1440}{EI} \quad y_3 = 2 \quad y_3' = 10$$

$$A_4 = \frac{(3) (1280)}{EI} = \frac{3840}{EI} \quad y_4 = 1,5 \quad y_4' = 9,5$$

$$A_5 = \frac{(1/3) (1280)(8)}{EI} = \frac{10240}{3EI} \quad y_5 = 0 \quad y_5' = 6$$

$$D_{QL1} = - A_1 y_1 - A_2 y_2 - A_3 y_3 - A_4 y_4 - A_5 y_5 = - 47430/EI$$

$$D_{QL2} = - A_1 y_1' - A_2 y_2' - A_3 y_3' - A_4 y_4' - A_5 y_5' = - 177590/EI$$

Akibat beban satuan

$$F_{11} = \frac{1/2 (6) (6)}{EI} (2/3)(6) = \frac{72}{EI}$$

$$F_{12} = \frac{(8) (6)}{EI} (3) + \frac{1/2 (6)(6)}{EI} (4) = \frac{216}{EI}$$

$$F_{21} = \frac{1/2 (6)(6)}{EI} (12/14)(14) = \frac{216}{EI}$$

$$F_{22} = \frac{1/2 (14)(14)}{EI} (2/3)(14) = \frac{2744}{3EI}$$

Besar gaya kelebihan/redundant

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = -F^{-1} D_{QL}$$

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 72 & 216 \\ 216 & 2744/3 \end{bmatrix}$$

$$|F| = \frac{1}{EI} (65856 - 46656) = \frac{19200}{EI}$$

$$[F]^+ = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} \\ C_{12} & C_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2744/3 & -216 \\ -216 & 72 \end{bmatrix}$$

$$F^{-1} = \frac{1}{|F|} [F]^+ = \frac{EI}{19200} \begin{bmatrix} 2744/3 & -216 \\ -216 & 72 \end{bmatrix}$$

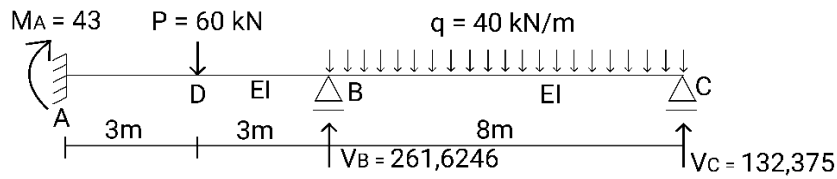
$$F^{-1} = EI \begin{bmatrix} 0,04763888 & -0,01125 \\ -0,01125 & 0,00375 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = -F^{-1} D_{QL}$$

$$Q = -EI \begin{bmatrix} 0,04763888 & -0,01125 \\ -0,01125 & 0,00375 \end{bmatrix} \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} -47430 \\ -177590 \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = V_B = -0,04763888 (-47430) + 0,01125 (-177590) = +261,6246 \text{ kN } (\uparrow)$$

$$Q_2 = V_C = 0,001125 (-47430) + (-0,00375) (-177590) = +132,375 \text{ kN } (\uparrow)$$



Gambar 14. Besar reaksi V_B dan V_C pada struktur statis tertentu I

Mencari besar reaksi perletakan

$$\sum V = 0 \rightarrow V_A + V_B + V_C - 60 - 40(8) = 0$$

$$V_A = 60 + 320 - 261,6246 - 132,375 = -13,9996 \text{ kN} \approx -14 \text{ kN} (\downarrow)$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -M_A + (60)(3) + 40(8)(10) - 261,6246(6) - 132,375(14) = 0$$

Mencari besar momen

$$M_A = -42,9996 \approx -43 \text{ kNm} (\curvearrowright)$$

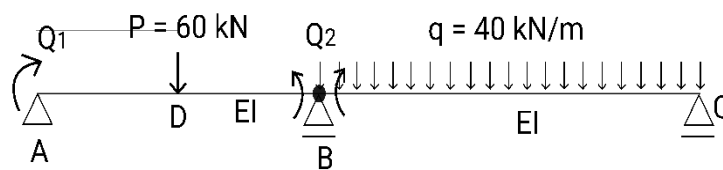
$$M_D = -V_A(3) + M_A = -14(3) + 43 = 1 \text{ kNm}$$

$$M_B = -V_A(6) + M_A - 60(3) = -221 \text{ kNm}$$

$$L_x = -V_C + 40x = 0 \rightarrow x = 3,3094 \text{ m}$$

$$M_{\text{maks}} = 132,375(3,3094) - \frac{1}{2}(40)(3,3094)^2 = 219,0393 \text{ kNm}$$

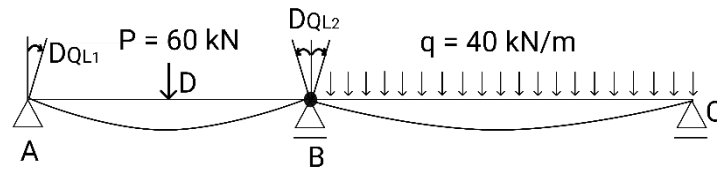
IV.2. Bentuk struktur balok statis tertentu II.



Gambar 15. Struktur Balok Statis tertentu bentuk II

Menghitung besar deformasi yang terjadi

Akibat beban luar

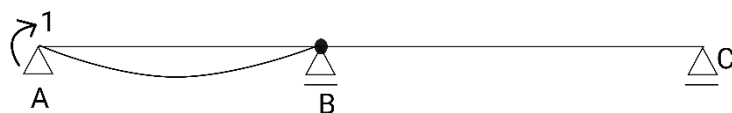


Gambar 16. Deformasi balok akibat beban luar

$$D_{QL1} = \frac{PL^2}{16EI} = \frac{60(6)^2}{16EI} = \frac{135}{EI}$$

$$D_{QL2} = \frac{PL^2}{16EI} + \frac{qL^3}{24EI} = \frac{60(6)^2}{16EI} + \frac{40(8)^3}{24EI} = \frac{2965}{3EI}$$

Akibat beban satuan Q_1

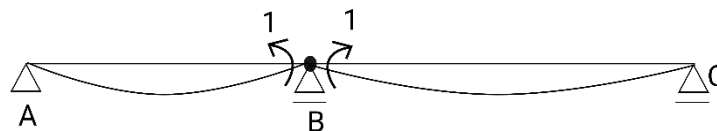


Gambar 17. Deformasi akibat beban satuan Q_{1A}

$$F_{11} = \frac{1L_1}{3EI} = \frac{L}{3EI} = \frac{2}{EI}$$

$$F_{21} = \frac{1L_1}{6EI} = \frac{L}{6EI} = \frac{1}{EI}$$

Akibat beban satuan Q_2



Gambar 18. Deformasi akibat beban satuan Q_{2B}

$$F_{12} = \frac{1L_1}{6EI} = \frac{L}{6EI} = \frac{1}{EI}$$

$$F_{22} = \frac{1L_1}{3EI} + \frac{1L_2}{3EI} = \frac{6}{3EI} + \frac{8}{3EI} = \frac{14}{3EI}$$

Besar gaya kelebihan/redundant

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = -F^{-1} D_{QL}$$

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & \frac{14}{3} \end{bmatrix}$$

$$|F| = \frac{1}{EI} (28/3 - 1) = \frac{25}{3EI}$$

$$[F]^+ = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} \\ C_{12} & C_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{14}{3} & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$F^{-1} = \frac{1}{|F|} [F]^+ = \frac{3EI}{25} \begin{bmatrix} \frac{14}{3} & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$F^{-1} = EI \begin{bmatrix} \frac{14}{25} & -\frac{3}{25} \\ -\frac{3}{25} & \frac{6}{25} \end{bmatrix}$$

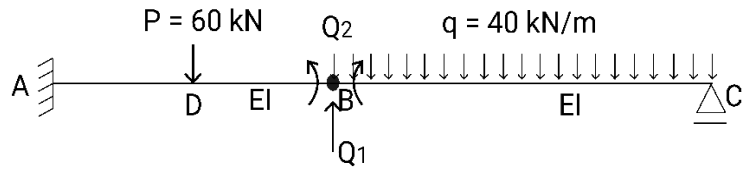
$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = -F^{-1} D_{QL}$$

$$Q = -EI \begin{bmatrix} \frac{14}{25} & -\frac{3}{25} \\ -\frac{3}{25} & \frac{6}{25} \end{bmatrix} \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 135 \\ \frac{2965}{3} \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = M_A = - (14/25) (135) + (3/25) (2965/3) = + 43 \text{ kNm}$$

$$Q_2 = M_B = (3/25) (135) + (- 6/25) (-2965/3) = - 221 \text{ kNm}$$

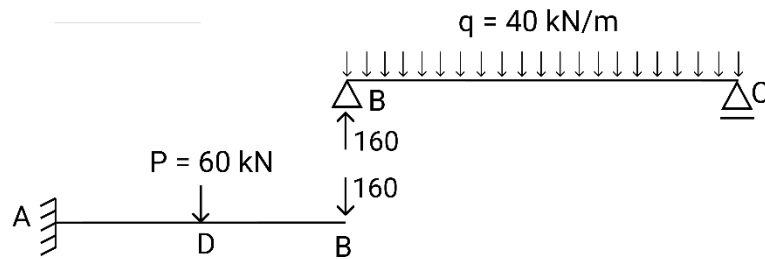
IV.3. Bentuk struktur statis tertentu III.



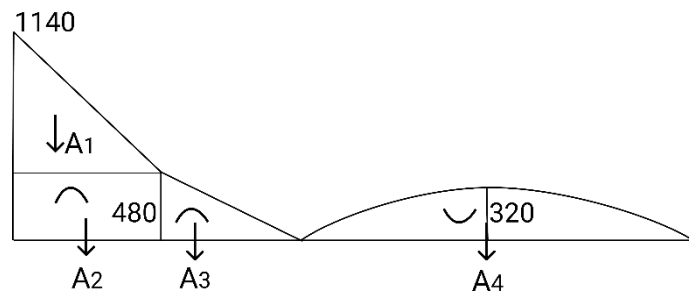
Gambar 19. Struktur Balok Statis tertentu bentuk III

Menghitung besar deformasi yang terjadi

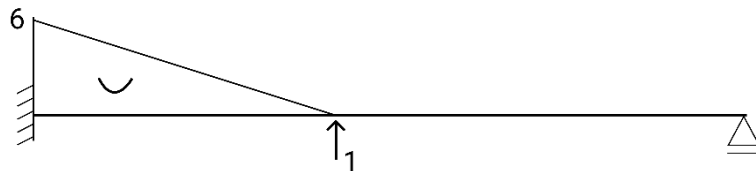
Akibat beban luar



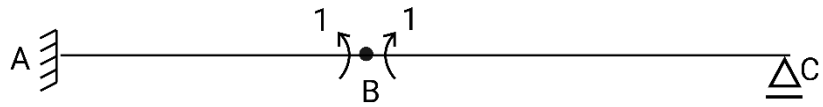
Gambar 20. Freebody Struktur



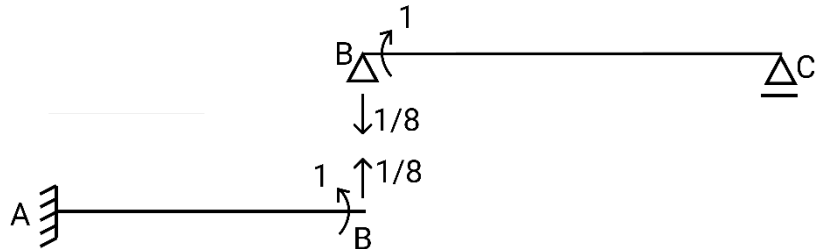
Gambar 21. Diagram bidang momen akibat beban luar



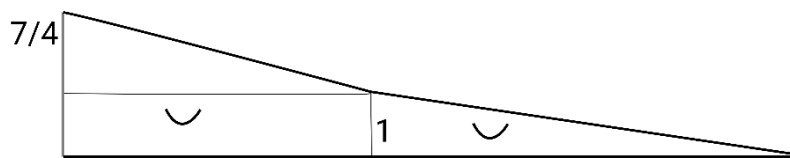
Gambar 22. Diagram bidang momen akibat beban satuan Q_{1B}



Gambar 23. Beban satuan Q_{2B}



Gambar 24. Freebody struktur akibat beban satuan Q_{2B}



Gambar 25. Bidang momen akibat beban satuan Q_{2B}

$$A_1 = \frac{1/2 (3) (1140 - 480)}{EI} = \frac{990}{EI}$$

$$y_1 = 5$$

$$y_1' = 1 + 5/6 (3/4) = 13/8$$

$$A_2 = \frac{(3) (480)}{EI} = \frac{1440}{EI}$$

$$y_2 = 4,5$$

$$y_2' = 1 + 4,5/6 (3/4) = 25/16$$

$$A_3 = \frac{1/2 (480)(3)}{EI} = \frac{720}{EI}$$

$$y_3 = 2$$

$$y_3' = 1 + 2/6 (3/4) = 5/4$$

$$A_4 = \frac{2/3 (8) (320)}{EI} = \frac{5120}{3EI}$$

$$y_4 = 0$$

$$y_4' = 0,5$$

$$D_{QL1} = - A_1 y_1 - A_2 y_2 - A_3 y_3 - A_4 y_4 = - 12870/EI$$

$$D_{QL2} = - A_1 y_1' - A_2 y_2' - A_3 y_3' - A_4 y_4' = - 46865/12EI$$

Akibat beban satuan

$$F_{11} = \frac{1/2 (6) (6)}{EI} (2/3)(6) = \frac{72}{EI}$$

$$F_{12} = \frac{(1) (6)}{EI} (3) + \frac{1/2 (6)(3/4)}{EI} (2/3)(6) = \frac{27}{EI}$$

$$F_{21} = \frac{1/2 (6)(6)}{EI} (1 + 2/3 \cdot 3/4) = \frac{27}{EI}$$

$$F_{22} = \frac{1/2 (8)(1)}{EI} (2/3)(1) + \frac{(1)(6)}{EI} \frac{(1 + 7/4)}{2} + \frac{1/2 (6)(3/4)}{EI} (1 + 2/3 \cdot 3/4) = \frac{343}{24EI}$$

Besar gaya kelebihan/redundant

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = -F^{-1} D_{QL}$$

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 72 & 27 \\ 27 & 343/24 \end{bmatrix}$$

$$|F| = \frac{1}{EI} (300) = \frac{300}{EI}$$

$$[F]^+ = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} \\ C_{12} & C_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 343/24 & -27 \\ -27 & 72 \end{bmatrix}$$

$$F^{-1} = \frac{1}{|F|} [F]^+ = \frac{EI}{300} \begin{bmatrix} 343/24 & -27 \\ -27 & 72 \end{bmatrix}$$

$$F^{-1} = EI \begin{bmatrix} 343/7200 & -9/100 \\ -9/100 & 6/25 \end{bmatrix}$$

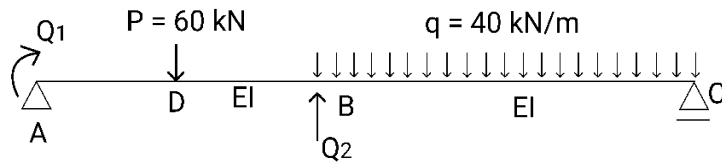
$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = -F^{-1} D_{QL}$$

$$Q = -EI \begin{bmatrix} 343/7200 & -9/100 \\ -9/100 & 6/25 \end{bmatrix} \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} -12870 \\ -46865/12 \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = V_B = -343/7200 (-12870) + 9/100 (-46865/12) = +261,625 \text{ kN } (\uparrow)$$

$$Q_2 = M_B = 9/100 (-12870) + (-6/25) (-46865/12) = -221 \text{ kNm}$$

IV.4. Bentuk struktur statis tertentu IV.

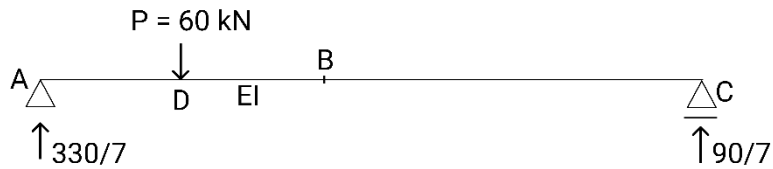


Gambar 26. Struktur Balok Statis tertentu bentuk IV

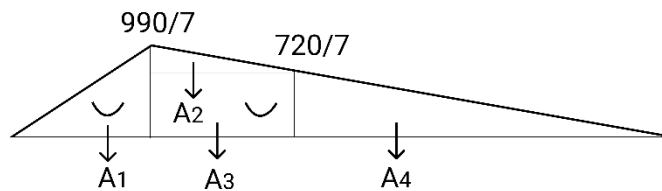
Menghitung besar deformasi yang terjadi

Akibat beban luar

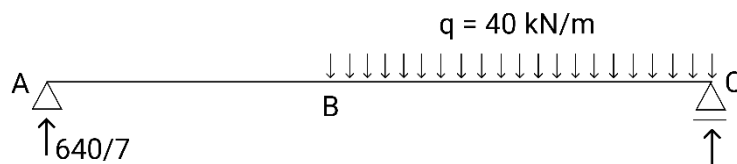
Menggunakan superposisi beban



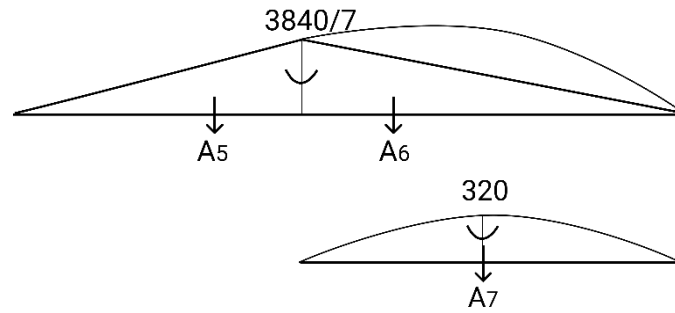
Gambar 27. Beban P pada struktur statis tertentu IV



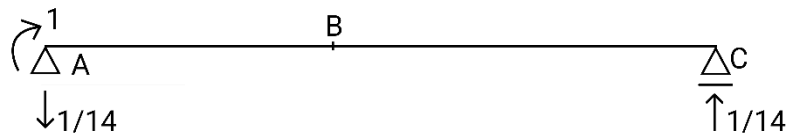
Gambar 28. Bidang momen akibat beban P pada struktur statis tertentu IV



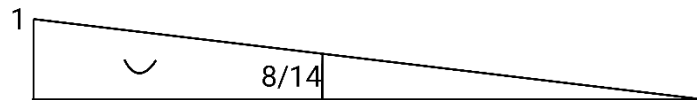
Gambar 29. Beban q pada struktur statis tertentu IV



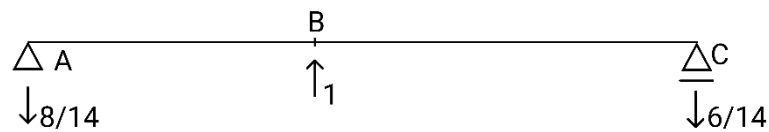
Gambar 30. Bidang momen akibat beban q pada struktur statis tertentu IV



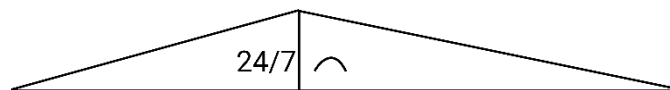
Gambar 31. Beban Q_{1A} pada struktur statis tertentu IV



Gambar 32. Bidang momen akibat beban Q_{1A} pada struktur statis tertentu



Gambar 33. Beban Q_{2B} pada struktur statis tertentu IV



Gambar 34. Bidang momen akibat beban Q_{2B} pada struktur statis tertentu IV

$$A_1 = \frac{1/2 (3) (990/7)}{EI} = \frac{1485}{7EI}$$

$$y_1 = 12/14 (1) = 6/7$$

$$y_1' = 2/6 (24/7) = 8/7$$

$$A_2 = \frac{1/2 (3) (990/7 - 720/7)}{EI} = \frac{405}{7EI}$$

$$y_2 = 10/14 (1) = 5/7$$

$$y_2' = 4/6 (24/7) = 16/7$$

$$A_3 = \frac{720/7 (3)}{EI} = \frac{2160}{7EI}$$

$$y_3 = 9,5/14 (1) = 19/28$$

$$y_3' = 4,5/6 (24/7) = 18/7$$

$$A_4 = \frac{1/2 (8) (720/7)}{EI} = \frac{2880}{7EI}$$

$$y_4 = (2/3 \cdot 8)/14 (1) = 8/21$$

$$y_4' = 2/3 (24/7) = 16/7$$

$$A_5 = \frac{1/2 (6) (3840/7)}{EI} = \frac{11520}{7EI}$$

$$y_5 = 10/14 (1) = 5/7$$

$$y_5' = 16/7$$

$$A_6 = \frac{1/2 (8) (3840/7)}{EI} = \frac{15360}{7EI}$$

$$y_6 = (2/3 \cdot 8)/14 (1) = 8/21$$

$$y_6' = 16/7$$

$$A_7 = \frac{2/3 (8) (320)}{EI} = \frac{5120}{3EI}$$

$$y_7 = 4/14 (1) = 2/7$$

$$y_7' = 1/2 (24/7) = 12/7$$

$$D_{QL1} = + A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4 + A_5 y_5 + A_6 y_6 + A_7 y_7 = 9265/3EI$$

$$D_{QL2} = - A_1 y_1' - A_2 y_2' - A_3 y_3' - A_4 y_4' - A_5 y_5' - A_6 y_6' - A_7 y_7' = - 96680/7EI$$

Akibat beban satuan

$$F_{11} = \frac{1/2 (14) (1)}{EI} (2/3)(1) = \frac{14}{3EI}$$

$$F_{12} = - \frac{1/2 (6) (24/7)}{EI} (10/14)(1) - \frac{1/2 (8)(24/7)}{EI} (2/3)(8)/14 (1) = - \frac{88}{7EI}$$

$$F_{21} = - \frac{1/2 (8)(8/14)}{EI} (2/3)(24/7) - \frac{8/14 (6)}{EI} (1/2)(24/7) - \frac{1/2 (6)(6/14)}{EI} (1/3)(24/7) = - \frac{88}{7EI}$$

$$F_{22} = \frac{1/2 (6)(24/7)}{EI} (2/3)(24/7) + \frac{1/2 (8)(24/7)}{EI} (2/3)(24/7) = \frac{384}{7EI}$$

Besar gaya kelebihan/redundant

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = -F^{-1} D_{QL}$$

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 14/3 & -88/7 \\ -88/7 & 384/7 \end{bmatrix}$$

$$|F| = \frac{1}{EI} (256 - 7744/49) = \frac{4800}{49EI}$$

$$[F]^+ = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} \\ C_{12} & C_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 384/7 & 88/7 \\ 88/7 & 14/3 \end{bmatrix}$$

$$F^{-1} = \frac{1}{|F|} [F]^+ = \frac{49EI}{4800} \begin{bmatrix} 384/6 & 88/7 \\ 88/7 & 14/3 \end{bmatrix}$$

$$F^{-1} = EI \begin{bmatrix} 18816/3360 & 0 \\ 4312/33600 & 686/14400 \end{bmatrix}$$

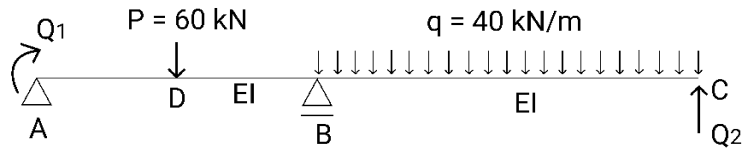
$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = -F^{-1} D_{QL}$$

$$Q = -EI \begin{bmatrix} 18816/3360 & 0 \\ 4312/33600 & 686/14400 \end{bmatrix} \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 9265/3 \\ -96680/7 \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = M_A = -18816/33600 (9265/3) - 4312/33600 (-96680/7) = +43 \text{ kNm}$$

$$Q_2 = V_B = -4312/33600 (9265/3) + (-686/14400) (-96680/7) = 261,625 \text{ kN}$$

IV.5. Bentuk struktur statis tertentu V.

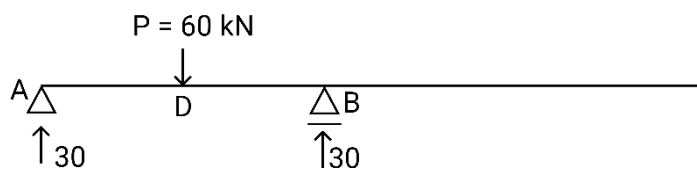


Gambar 35. Struktur Balok Statis tertentu bentuk V

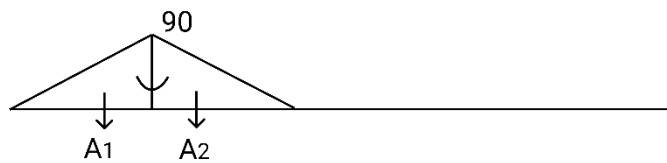
Menghitung besar deformasi yang terjadi

Akibat beban luar

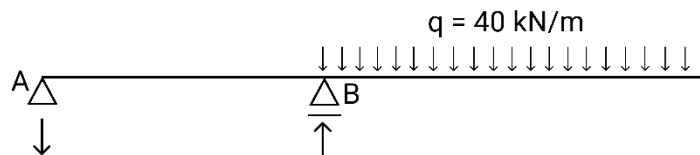
Menggunakan super posisi beban



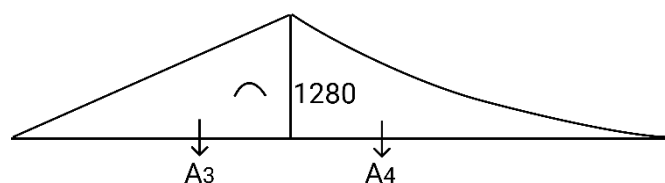
Gambar 36. Beban P pada struktur statis tertentu V



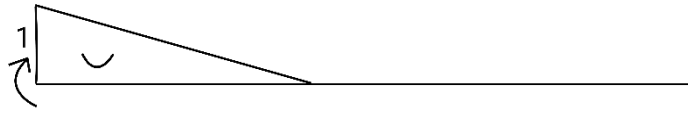
Gambar 37. Bidang momen akibat beban P pada struktur statis tertentu V



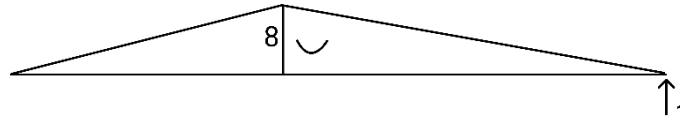
Gambar 38. Beban q pada struktur statis tertentu V



Gambar 39. Bidang momen akibat beban q pada struktur statis tertentu V



Gambar 40. Bidang momen akibat beban Q_{1A} pada struktur statis tertentu V



Gambar 41. Bidang momen akibat beban Q_{2C} pada struktur statis tertentu V

$$A_1 = \frac{1/2(3)(90)}{EI} = \frac{135}{EI} \quad y_1 = 4/6(1) = 2/3 \quad y_1' = 2/6(8) = 8/3$$

$$A_2 = \frac{1/2(3)(90)}{EI} = \frac{135}{EI} \quad y_2 = 2/6(1) = 1/3 \quad y_2' = 4/6(8) = 16/3$$

$$A_3 = \frac{1/2(6)(1280)}{EI} = \frac{3840}{EI} \quad y_3 = 1/3(1) = 1/3 \quad y_3' = 2/3(8) = 16/3$$

$$A_4 = \frac{1/3(8)(1280)}{EI} = \frac{10240}{3EI} \quad y_4 = 0 \quad y_4' = 3/4(8) = 6$$

$$D_{QL1} = + A_1 y_1 + A_2 y_2 - A_3 y_3 + A_4 y_4 = - 1145/3EI$$

$$D_{QL2} = + A_1 y_1' + A_2 y_2' - A_3 y_3' - A_4 y_4' = - 39880/EI$$

Akibat beban satuan

$$F_{11} = \frac{1/2(6)(1)}{EI} (2/3)(1) = \frac{2}{EI}$$

$$F_{12} = \frac{1/2(6)(8)}{EI} (1/3)(1) = \frac{8}{EI}$$

$$F_{21} = \frac{1/2(6)(1)}{EI} (1/3)(8) = \frac{8}{EI}$$

$$F_{22} = \frac{1/2(6)(8)}{EI} (2/3)(8) + \frac{1/2(8)(8)}{EI} (2/3)(8) = \frac{896}{3EI}$$

Besar gaya kelebihan/redundant

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = -F^{-1} D_{QL}$$

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 8 & 896/3 \end{bmatrix}$$

$$|F| = \frac{1}{EI} (1792/3 - 64) = \frac{1600}{3EI}$$

$$[F]^+ = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} \\ C_{12} & C_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 896/3 & -8 \\ -8 & 2 \end{bmatrix}$$

$$F^{-1} = \frac{1}{|F|} [F]^+ = \frac{3EI}{1600} \begin{bmatrix} 896/3 & -8 \\ -8 & 2 \end{bmatrix}$$

$$F^{-1} = EI \begin{bmatrix} 14/25 & -3/200 \\ -3/200 & 3/800 \end{bmatrix}$$

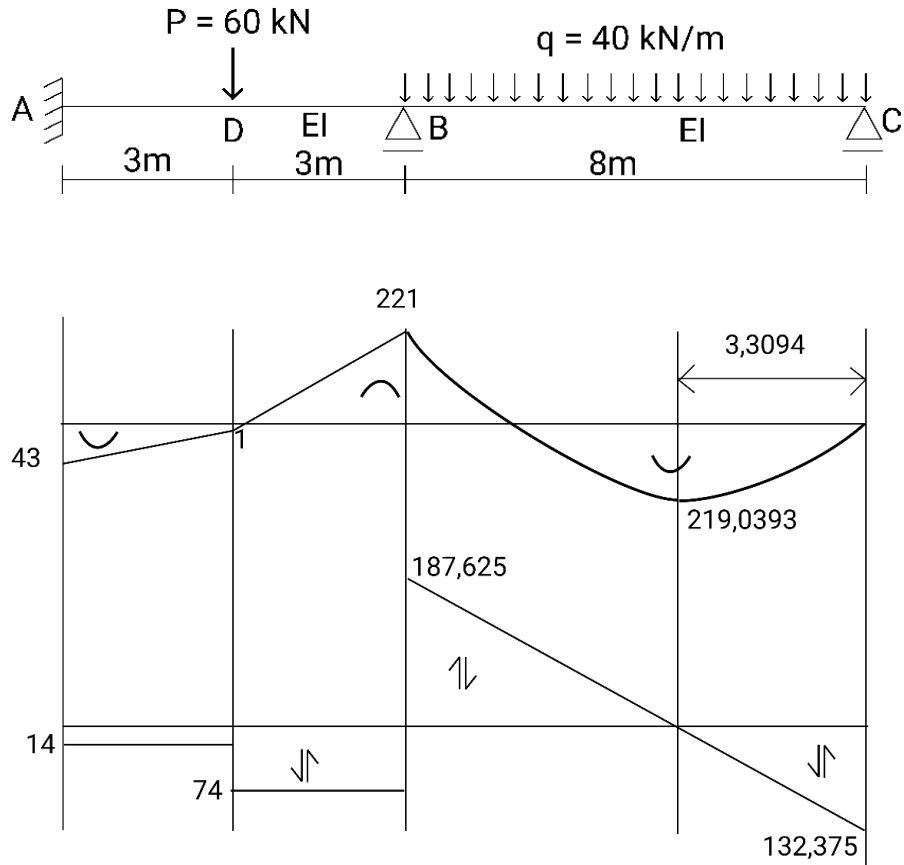
$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = -F^{-1} D_{QL}$$

$$Q = -EI \begin{bmatrix} 14/25 & -3/200 \\ -3/200 & 3/800 \end{bmatrix} \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} -1145 \\ -39880 \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = M_A = -14/25 (-1145) + (3/200) (-39880) = +43 \text{ kNm}$$

$$Q_2 = V_C = 3/200 (-1145) + (-3/800) (-39880) = 132,375 \text{ kN}$$

Dari analisis kelima model struktur statis tertentu di atas menghasilkan nilai gaya kelebihan/redundant berupa reaksi dan momen yang sama besar. Dengan besar reaksi dan momen yang diperoleh dapat digambarkan diagram gaya dalam seperti gambar dibawah ini:



Gambar 42. Diagram bidang Momen dan Lintang

BAB V

PENUTUP

Analisis perhitungan besar gaya kelebihan/redundant pada struktur batang statis tak tentu dengan lima bentuk struktur batang statis tertentu dapat disimpulkan:

1. Bentuk struktur balok statis tertentu V lebih mudah dihitung deformasi akibat redundannya dibandingkan bentuk yang lain.
2. Besar gaya reaksi dan momen pada titik perletakan adalah sama untuk ke lima bentuk struktur balok statis tertentu.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Wang, Chu Kia. *Intermediate Structural Analysis*, McGraw-Hill (1983)
- [2]. Weaver, William & James M. Gere. *Matrix Analysis of Framed Structures*. D. Van Nostrand, 1980
- [3]. Setiawan, Agus, *Analisis Struktur*, Erlangga (2015)
- [4]. JD. Todd/The Houw Liong, *Teori dan Analisis Struktur*, Erlangga (1984)