

SURAT KETERANGAN
No. 017 - Perpust TDI/UNTAR/IX/2021

Kepala Perpustakaan Teknik, Desain dan Informatika Universitas Tarumanagara menerangkan bahwa buku dengan Judul:

1. *Analisis Tegangan pada Pelat Kirchoff-Love dengan Bukaannya Persegi, Mei 2019*
Oleh : Hendy Wijaya, M.T.
Staf Pengajar Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik
Universitas Tarumanagara

2. *Analisis Lendutan dan Tegangan Pelat Lingkaran Kirchoff-Love dengan Bukaannya Lingkaran, Mei 2020*
Oleh : Hendy Wijaya, M.T.
Staf Pengajar Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik
Universitas Tarumanagara

Disimpan sebagai Koleksi Perpustakaan TDI Universitas Tarumanagara Jakarta.
Demikian Surat Keterangan ini dibuat, agar dapat digunakan sesuai dengan keperluannya.

Jakarta, 21 September 2021

Kepala Perpustakaan,



Dr. Harsiti, M.Si

**ANALISIS TEGANGAN PADA PELAT KIRCHOFF-LOVE
DENGAN BUKAAN PERSEGI**



SEMESTER GENAP 2018/2019

**Oleh:
Hendy Wijaya, M.T.**

Anggota:

-

**Program Studi Sarjana Teknik Sipil
Fakultas Teknik
Universitas Tarumanagara
Jakarta
Mei 2019**

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas berkat dan penyertaan-Nya, penulis dapat menyelesaikan penelitian dengan judul **“ANALISIS TEGANGAN PADA PELAT KIRCHOFF-LOVE DENGAN BUKAAN PERSEGI”**. Kegiatan penelitian ini dilakukan sebagai salah satu bentuk tanggung jawab Tridharma Perguruan Tinggi dalam upaya mendukung pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi.

Terima kasih kami ucapkan kepada Pimpinan Fakultas Teknik Universitas Tarumanagara dan Pimpinan Program Studi Sarjana Teknik Sipil, yang telah memberi kesempatan kepada penulis untuk melaksanakan kegiatan penelitian ini. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada rekan-rekan dosen yang telah memberikan dukungan kepada penulis dalam menyelesaikan penelitian ini.

Jakarta, Mei 2019

Penulis

Abstrak

Pelat merupakan elemen struktural yang umum digunakan pada sebuah konstruksi. Analisis pelat yang didasarkan pada teori Kirchhoff-Love berlaku pada pelat tipis dimana deformasi geser transversal dapat diabaikan. Pada umumnya, pelat beton dianalisis sebagai suatu pelat utuh. Namun dalam prakteknya, pada kasus-kasus tertentu diharuskan adanya lubang pada pelat beton guna keperluan mekanikal elektrik maupun arsitektural. Teori elastisitas menyebutkan bahwa tegangan akan terkonsentrasi pada daerah yang mengalami perubahan geometri tiba-tiba seperti lubang dan takikan. Maka dari itu, penting untuk diketahui seberapa besar tegangan yang terjadi pada lubang, karena jika diabaikan hal ini berpengaruh pada perilaku struktur yang rawan terhadap bahaya retak dan pecah pada daerah lubang tersebut. Metode elemen hingga merupakan salah satu alternatif yang dapat digunakan untuk menganalisis kasus semacam ini.

Pada penelitian ini dianalisis struktur pelat persegi dengan lubang persegi yang ditempatkan pada posisi yang berbeda-beda dan dibebani merata dalam arah transversal. Lubang ditempatkan di tengah pelat, di sisi pelat, dan di sudut pelat. Dari hasil analisis menunjukkan bahwa pada daerah lubang terjadi peningkatan tegangan, yang terbesar dialami oleh ujung lubang. Peningkatan ini berbeda-beda tergantung pada posisi penempatan lubang. Pada posisi lubang di tengah, peningkatan tegangan normal yang terjadi di ujung lubang sebesar 1258.8% sedangkan pada sisinya sebesar 32.05%, pada posisi lubang di sisi terjadi peningkatan tegangan di ujung lubang berkisar antara 1000% - 8800% dan pada sisi lubangnya berkisar antara 12% - 130%, pada posisi lubang di sudut, peningkatan yang terjadi di ujung lubang berkisar antara 100% - 16500% dan di sisi lubang berkisar antara 22% - 31%. Dari ketiga posisi, posisi lubang di sudut adalah yang paling aman dengan lendutan pada pusat pelat sebesar -0.5421 mm, kenaikan lendutan terbesar di sekitar lubang sebesar 7.53 %, dan tegangan normal maksimum di sekitar lubang sebesar 11.0591 N/mm².

Kata kunci: konsentrasi tegangan, metode elemen hingga, pelat dengan lubang, teori pelat Kirchhoff-Love

DAFTAR ISI

Kata Pengantar	i
Abstrak	ii
Daftar Isi	iii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA	3
BAB 3 METODE ANALISIS	9
BAB 4 HASIL ANALISIS DAN PEMBAHASAN	10
BAB 5 KESIMPULAN	15
DAFTAR REFERENSI	16
LAMPIRAN	

BAB 1

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Pelat beton (*slab*) merupakan elemen struktur yang paling luas digunakan dalam bentuk lantai dan atap bangunan untuk menopang beban normal pada permukaannya. Ketebelan suatu pelat memegang peranan yang cukup penting untuk menentukan sifat kelenturannya dibandingkan dengan dimensi lainnya. Berdasarkan hal tersebut, pelat dibedakan menjadi dua macam, yaitu pelat tipis dan pelat tebal.

Terdapat dua macam teori yang menjadi dasar dalam analisis struktur antara kedua jenis pelat tersebut, yakni teori pelat Kirchhoff-Love, yang berlaku pada pelat tipis (perbandingan bentang terpanjang dengan tebal pelat > 20) dengan mengabaikan deformasi geser transversal dan teori pelat Reissner-Mindlin yang berlaku pada pelat tebal (perbandingan bentang terpanjang dengan tebal pelat antara 4 – 20) dengan memperhitungkan deformasi geser transversal. Teori yang dikemukakan oleh Kirchhoff-Love mengasumsikan bahwa:

- a. Material pelat bersifat elastis, homogen, dan isotropik.
- b. Lendutan pada bidang tengah pelat dianggap kecil dibandingkan dengan ketebalan pelat.
- c. Tebal pelat sebelum dan sesudah deformasi tidak berubah.
- d. Tegangan normal pada arah tegak lurus bidang tengah pelat dapat diabaikan.
- e. Titik-titik yang semula terletak pada suatu garis normal dan tegak lurus terhadap bidang tengah pelat, setelah berdeformasi akan tetap berada pada garis normal dan tetap tegak lurus terhadap bidang tengah pelat

Perhitungan struktur pelat yang dilakukan secara klasik dianggap sangat rumit dalam penyelesaiannya, karena harus menyelesaikan persamaan diferensial orde tinggi. Oleh sebab itu, berkembanglah metode numerik sebagai alternatif yang baik untuk menyelesaikan permasalahan ini. Metode numerik merupakan suatu metode pendekatan terhadap solusi eksak. Salah satu metode numerik yang populer adalah metode elemen hingga. Metode ini dianggap cukup memadai untuk menyelesaikan berbagai permasalahan mekanika kontinum dengan tingkat ketelitian dan toleransi penyimpangan yang dapat diterima oleh para ahli. Salah satu bentuk permasalahan yang dapat diselesaikan dengan metode ini adalah kasus struktur pelat dengan lubang pada permukaannya.

Teori elastisitas menyebutkan bahwa geometri dari suatu benda sangat berpengaruh pada distribusi tegangannya. Tegangan akan terkonsentrasi pada daerah yang mengalami perubahan

bentuk secara tiba-tiba seperti lubang dan takikan. Apabila pada suatu struktur pelat terdapat lubang dengan pemberian gaya maka akan terjadi pemusatan tegangan di daerah sekitar lubang. Sehingga daerah semacam ini sangat kritis terhadap awal terjadinya kegagalan seperti retak dan pecah. Hal ini tentunya menarik untuk dianalisis, sehingga perilaku, gaya-gaya dalam dan tegangan yang terjadi pada struktur pelat berlubang dapat diketahui, untuk nantinya dilakukan desain lebih lanjut.

Maksud dan Tujuan Penelitian

Maksud dari penelitian ini adalah untuk menghitung deformasi, gaya-gaya dalam dan tegangan yang terjadi pada struktur pelat berlubang khususnya pada daerah di sekitar lubang dengan metode elemen hingga dan kemudian membandingkannya dengan deformasi, gaya-gaya dalam dan tegangan pada struktur pelat tanpa lubang dengan dimensi yang sama. Tujuannya dari penulisan ini adalah memberikan gambaran dan informasi kepada pembaca mengenai fenomena yang terjadi dari adanya lubang pada struktur pelat.

Ruang Lingkup Penelitian

Ruang lingkup dari penelitian ini adalah analisis struktur pelat persegi dengan lubang berbentuk persegi dengan perletakan jepit di keempat sisinya menggunakan metode elemen hingga berdasarkan teori pelat Kirchhoff-Love. Penelitian ini dibatasi untuk kasus pelat yang terbuat dari bahan yang elastis linier, homogen, dan isotropik dengan ketebalan konstan dan beban statis yang berkerja pada pelat tersebut.

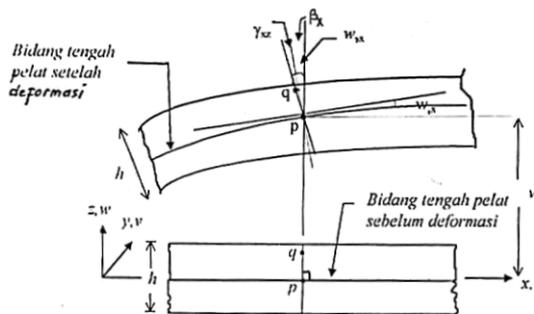
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA

Teori Pelat Reissner-Mindlin

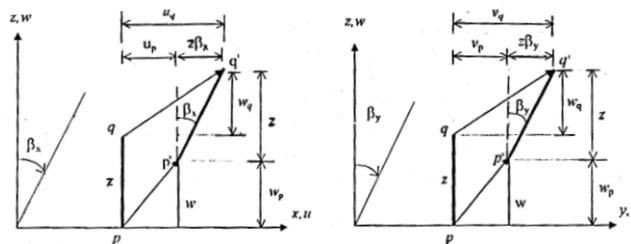
Pada teori Reissner-Mindlin, pengaruh deformasi akibat gaya geser transversal diperhitungkan, disamping itu modelisasi metode elemen hingga hanya memerlukan kontinuitas C^0 , artinya hanya dibutuhkan kontinuitas perpindahan diantara elemen-elemen yang berbatasan, sedangkan turunan pertamanya tidak diharuskan kontinu.

Teori ini didasarkan pada hipotesis perpindahan kecil (*small displacement*), yang artinya lendutan pada bidang tengah pelat dianggap jauh lebih kecil dibandingkan dengan ketebalan pelatnya.

Selain itu, teori ini berasumsi pada hipotesis penampang datar yang artinya bahwa titik-titik yang semula terletak pada suatu garis normal dan tegak lurus terhadap bidang tengah pelat, setelah berdeformasi akan tetap berada pada garis normal tetapi tidak tegak lurus terhadap bidang tengah pelat yang memungkinkan untuk memperhitungkan deformasi akibat gaya geser transversal. Berdasarkan hipotesis ini, maka perpindahan suatu titik q yang berjarak z dari titik p yang terletak pada bidang tengah pelat (lihat Gambar 2.1 dan Gambar 2.2), dapat dinyatakan sebagai fungsi dari perpindahan titik p yang juga merupakan fungsi perpindahan akibat rotasi sudut β_x dan β_y .



Gambar 2.1. Perpindahan pelat dengan deformasi geser (γ_{xz}) pada bidang X-Z (Katili, 2000:25)

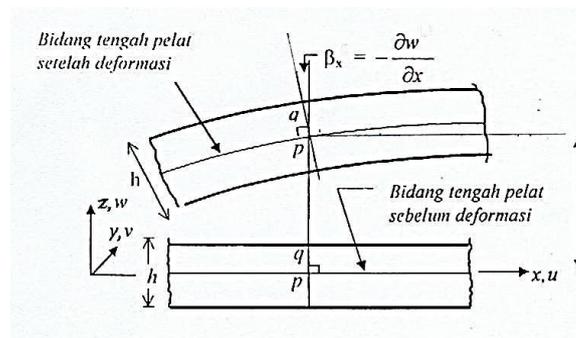


Gambar 2.2. Perpindahan titik p dan q (Katili, 2000:26)

Teori ini juga menyatakan bahwa titik-titik yang terletak pada suatu garis normal akan berjarak sama setelah berdeformasi, yang artinya bahwa tebal pelat sebelum dan sesudah deformasi tidak berubah, yang artinya $\epsilon_z = 0$.

Teori Pelat Kirchhoff-Love

Pada kasus pelat tipis ($L_y/h > 20$), berlaku pula hipotesis perpindahan kecil seperti yang telah dikemukakan pada teori Reissner-Mindlin. Selain itu, teori ini juga menyatakan bahwa tebal pelat sebelum dan sesudah berdeformasi tidak berubah, dan tegangan normal yang tegak lurus bidang tengah pelat diabaikan ($\sigma_z = 0$). Yang membedakan dengan teori Reissner-Mindlin yakni berlakunya hipotesis konservasi normal yang dikemukakan oleh Kirchhoff, bahwa titik-titik yang semula terletak pada suatu garis normal dan tegak lurus terhadap bidang tengah pelat, setelah berdeformasi akan tetap berada pada garis normal dan tetap tegak lurus terhadap bidang tengah pelat (Gambar 2.3). Dari hipotesis tersebut, maka deformasi akibat gaya geser transversal, γ_{xz} dan γ_{yz} , sama dengan nol.



Gambar 2.3. Perpindahan pelat tanpa deformasi geser pada bidang X-Z (Katili, 2000:29)

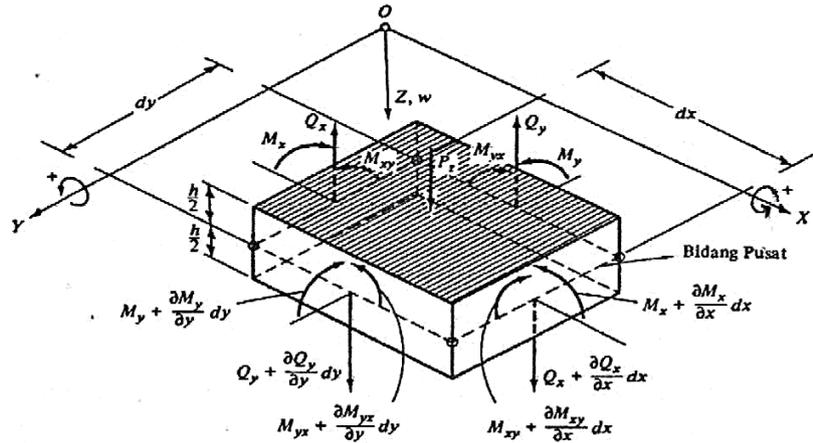
Persamaan Diferensial Pelat Berdasarkan Teori Kirchhoff-Love

Pada Gambar 2.4, ditunjukkan gaya dalam serta momen dari potongan kecil sebuah pelat yang dalam keadaan seimbang. Dalam teori pelat, umumnya gaya dalam dan momen dinyatakan per satuan panjang bidang pusat. Pertambahan gaya dalam dinyatakan dalam deret Taylor yang dipenggal, misalnya

$$Q_x + dQ_x = Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx, \quad M_y + dM_y = M_y + \frac{\partial M_y}{\partial y} dy, \text{ dst.....(2.1)}$$

Dengan menganggap pelat hanya memikul beban transversal, maka dapat digunakan persamaan keseimbangan

$$\Sigma M_x = 0 \quad \Sigma M_y = 0 \quad \text{dan} \quad \Sigma P_z = 0. \text{ (2.2)}$$



Gambar 2.4. Gaya dalam dan gaya luar pada elemen bidang pusat (Szilard, 1989:28)

Sebagai contoh, jika dihitung $\Sigma M_x = 0$ dari Gambar 2.4, maka diperoleh

$$M_y dx - \left(M_y + \frac{\partial M_y}{\partial y} dy \right) dx + M_{xy} dy - \left(M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dx \right) dy + Q_y dx \frac{dy}{2} - \left(Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy \right) dx \frac{dy}{2} = 0. \dots\dots\dots (2.3)$$

Dari Persamaan (2.3) dengan mengabaikan suku yang mengandung besaran $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial Q_y}{\partial y} \right) dy^2 dx$, karena merupakan suku berorde tinggi yang sangat kecil, dan membagi persamaan tersebut dengan $dx dy$ maka diperoleh

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = Q_y \text{ (untuk } \Sigma M_x = 0 \text{)}. \dots\dots\dots (2.4)$$

Dengan memperhatikan bahwa $M_{xy} = M_{yx}$, maka diperoleh

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -P_z(x, y). \dots\dots\dots (2.5)$$

Momen lentur dan momen puntir pada Persamaan (2.5) tergantung pada regangan, sedangkan regangan merupakan fungsi dari komponen perpindahan (u, v, w).

Selanjutnya, kita tinjau geometri pelat yang melendut untuk menyatakan regangan dalam koefisien perpindahan. Dengan mengambil suatu irisan pada y yang konstan (Gambar 2.5), kita bandingkan irisan tersebut pada kondisi sebelum dan sesudah melendut.

Rotasi sudut garis I-I dan II-II dapat dinyatakan sebagai

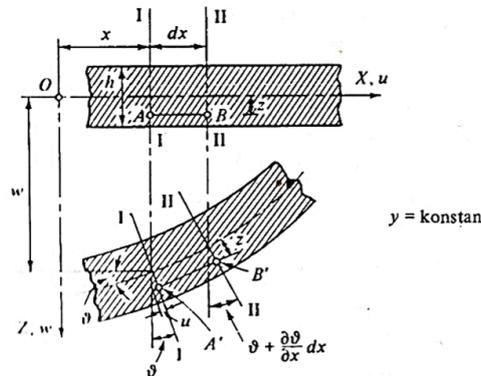
$$\vartheta = -\frac{\partial w}{\partial x} \quad \text{dan} \quad \vartheta + \dots = \vartheta + \frac{\partial \vartheta}{\partial x} dx. \dots\dots\dots (2.6)$$

Setelah berdeformasi, serat \overline{AB} yang terletak pada jarak z dari bidang pusat menjadi $\overline{A'B'}$.

Dengan menggunakan definisi regangan ($\epsilon_x = \Delta dx/dx$), maka dapat kita nyatakan

$$\epsilon_x = \frac{\overline{A'B'} - \overline{AB}}{\overline{AB}} = \frac{\left[dx + z \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) dx \right] - dx}{dx} = z \frac{\partial \vartheta}{\partial x}. \dots\dots\dots (2.7)$$

$$\epsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \dots \dots \dots (2.8)$$



Gambar 2.5. Penampang pelat sebelum dan sesudah berdeformasi (Szilard, 1989:29)

Dengan cara yang sama, kita bisa memperoleh regangan normal arah Y sebagai

$$\epsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \dots \dots \dots (2.9)$$

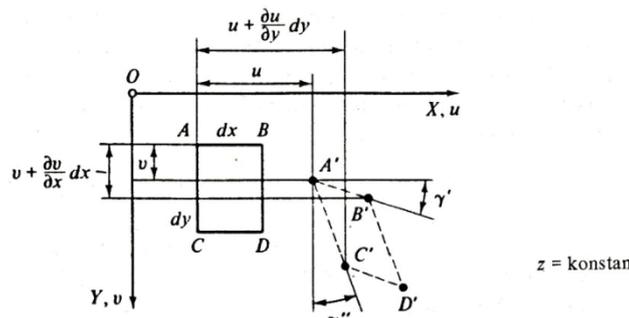
Untuk menentukan regangan geser $\gamma_{xy} = \gamma' + \gamma''$, perhatikan Gambar 2.6. Segiempat ABCD yang terletak pada suatu jarak z konstan dari bidang pusat, dibandingkan dengan keadaannya setelah berdeformasi A'B'C'D'.

Dari Gambar 2.6,

$$u = z\theta = -z \frac{\partial w}{\partial x} \dots \dots \dots (2.10)$$

Dengan cara yang sama,

$$v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \dots \dots \dots (2.11)$$



Gambar 2.6. Regangan geser (Szilard, 1989:30)

Komponen tegangan normal (σ) menimbulkan momen lentur pada elemen pelat. Dengan mengintegrasikan komponen tegangan normal tersebut, diperoleh momen lentur yang bekerja pada elemen pelat:

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz \quad \text{dan} \quad M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz. \dots\dots\dots (2.12)$$

Demikian pula, momen puntir akibat tegangan geser (γ) dapat dihitung dari

$$M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz \quad \text{dan} \quad M_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yx} z dz, \dots\dots\dots (2.13)$$

karena $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, maka $M_{xy} = M_{yx}$.

Dengan mensubstitusi besaran ϵ_x dan ϵ_y , maka komponen tegangan normal (σ) dapat dinyatakan dalam lendutan transversal w :

$$\sigma_x = -\frac{zE}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \dots\dots\dots (2.14)$$

$$\sigma_y = -\frac{zE}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right). \dots\dots\dots (2.15)$$

Integrasi Persamaan (2.4.16), dengan σ_x dan σ_y dari persamaan di atas, menghasilkan

$$M_x = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \dots\dots\dots (2.16)$$

$$M_y = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), \dots\dots\dots (2.17)$$

dengan

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \dots\dots\dots (2.18)$$

yang menyatakan kekakuan lentur (*flexural rigidity*) dari pelat. Dengan cara yang sama, kita bisa dapatkan persamaan momen puntir dalam lendutan transversal:

$$M_{xy} = M_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau z dz = -2G \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} z^2 dz = -(1-\nu)D \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \dots\dots\dots (2.19)$$

Substitusi Persamaan (2.4.20), Persamaan (2.4.21), dan Persamaan (2.4.23) ke Persamaan (2.4.7), menghasilkan

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{P_z(x,y)}{D}, \dots\dots\dots (2.20)$$

atau dengan memakai operator Laplace dua-dimensi¹, dapat dinyatakan sebagai

$$D \nabla^2 \nabla^2 w = P_z. \dots\dots\dots (2.21)$$

Persamaan (2.21) di atas adalah persamaan diferensial pelat Kirchhoff-Love yang dibebani secara transversal.

Penyelesaian Eksak Pelat Persegi Terjepit di Keempat Sisinya

Rumus lendutan pada pusat pelat bujur sangkar yang terjepit di keempat sisinya yang dibebani oleh beban merata/*uniform* (Gambar 2.7) yaitu:

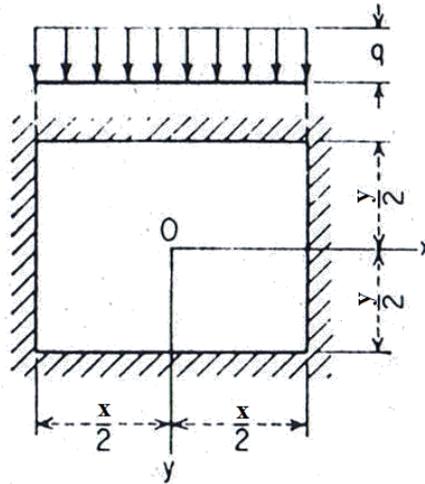
¹ Operator Laplace dua-dimensi $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ (sumber Szilard, *Teori dan Analisis Pelat Metode Klasik dan Numerik*)

$$w = \frac{0.00126qx^4}{D} 2 \dots\dots\dots (2.48)$$

Besarnya momen yang terjadi dirumuskan sebagai berikut:

$$M_{xx} \text{ (tumpuan)} = M_{yy} \text{ (tumpuan)} = -0.0513qx^2 \dots\dots\dots (2.49)$$

$$M_{xx} \text{ (lapangan)} = M_{yy} \text{ (lapangan)} = 0.0231qx^2 \dots\dots\dots (2.50)$$



Gambar 2.7. Pelat segiempat yang terjepit di keempat sisinya dibebani beban *uniform*

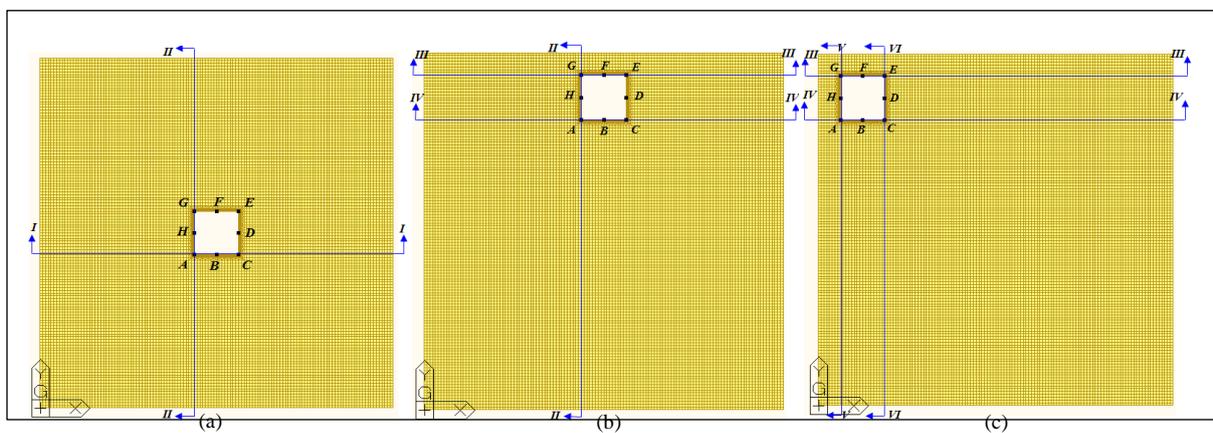
BAB 3

METODE ANALISIS

Analisis dilakukan terhadap dua macam tipe pelat, yakni pelat utuh dan pelat berlubang yang masing-masing memiliki properti dan perlakuan beban yang sama. Ukuran pelat yang dianalisis sebesar $4 \times 4 \text{ m}^2$ dengan ketebalan 0.12 m , menggunakan material beton mutu $f'c \text{ 25 MPa}$, Poisson's ratio 0.25 , dan dibebani transversal 6000 N/m^2 (sudah berupa beban *ultimate*).

Analisis pada pelat utuh dilakukan dengan metode elemen hingga dengan bantuan *software* Mathematica 8.0 untuk perhitungan manual dan *software* MIDAS Gen 2007, SAP 2000, dan ETABS untuk analisis dengan jumlah elemen yang lebih banyak. Hasil dari analisis ini kemudian dibandingkan dengan hasil eksak yang sudah ada untuk dibuktikan bahwa metode elemen hingga merupakan metode pendekatan yang baik digunakan untuk menganalisis struktur pelat.

Analisis pelat berlubang dilakukan terhadap tiga posisi penempatan lubang, yaitu lubang di tengah pelat, lubang di sisi pelat, dan lubang di sudut pelat (Gambar 1). Ukuran lubang yang digunakan adalah $500 \times 500 \text{ mm}^2$. Analisis dilakukan dengan bantuan *software* MIDAS Gen 2007. Pengolahan data dilakukan dengan *software* Microsoft Excel.



Gambar 3.1. Posisi penempatan lubang dan titik-titik yang ditinjau pada kasus lubang
(a) di tengah, (b) di sisi, (c) di sudut

BAB 4

HASIL ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Tabel 1 berikut ini menampilkan hasil perbandingan lendutan pada pusat pelat utuh antara metode elemen hingga dengan metode eksak. Dari hasil tersebut, terlihat bahwa *error* yang terjadi antara metode elemen hingga dengan metode eksak hanya sebesar 0.42 % dari penggunaan elemen segiempat sebanyak 65536 elemen.

Tabel 1. Perbandingan lendutan di pusat pelat

Elemen	Ukuran Elemen (mm)	Eksak	Manual	MIDAS	ETABS/SAP	<i>Error</i> Eksak-MIDAS
4	2000	0.5362	0.6273	0.6649	0.6649	24.00%
16	1000	0.5362		0.621	0.621	15.81%
64	500	0.5362		0.5613	0.5613	4.68%
256	250	0.5362		0.5443	0.5443	1.51%
1024	125	0.5362		0.5399	0.5399	0.69%
4096	62.5	0.5362		0.5388	0.5388	0.48%
16384	31.25	0.5362		0.5385	0.5385	0.43%
65536	15.625	0.5362		0.53846	0.53846	0.42%

Adanya lubang memberikan pengaruh terhadap lendutan yang terjadi di sekitar lubang. Dari ketiga posisi penempatan lubang, lendutan pelat terbesar terjadi pada saat lubang ditempatkan di tengah pelat (pada titik *B*, *D*, *F*, dan *H*) sebesar -0.5787 mm. Ketika lubang ditempatkan di sisi pelat, lendutan yang terjadi di pusat pelat sebesar -0.5464 mm, sedangkan pada posisi lubang di sudut pelat, lendutan yang terjadi di pusat pelat sebesar -0.5421 mm.

Pada Tabel 2 di bawah ini ditunjukkan presentase kenaikan lendutan di titik A sampai H setelah adanya lubang pada ketiga posisi penempatan lubang. Dari tabel ini terlihat bahwa pada posisi lubang di sudut, peningkatan lendutan terbesar terjadi hanya di satu titik, yaitu titik *C* sebesar 7.53%. Jika dibandingkan dengan peningkatan yang terjadi pada posisi lubang di tengah dan di sisi, maka angka ini adalah yang terkecil. Terlihat pula pada beberapa titik pada kasus lubang di sisi dan di sudut, lendutan yang terjadi setelah adanya lubang justru mengecil.

Tabel 2. Perbandingan presentase kenaikan lendutan di titik *A* sampai *H* setelah adanya lubang terhadap perubahan posisi penempatan lubang

Titik	Lubang tengah	Lubang sisi	Lubang sudut
<i>A</i>	8.42%	5.91%	-28.57%
<i>B</i>	10.46%	9.02%	0.20%
<i>C</i>	8.42%	5.91%	7.53%
<i>D</i>	10.46%	0.87%	0.20%
<i>E</i>	8.42%	-21.90%	-28.57%
<i>F</i>	10.46%	-53.37%	-60.24%
<i>G</i>	8.42%	-21.90%	-54.17%
<i>H</i>	10.46%	0.87%	-60.24%

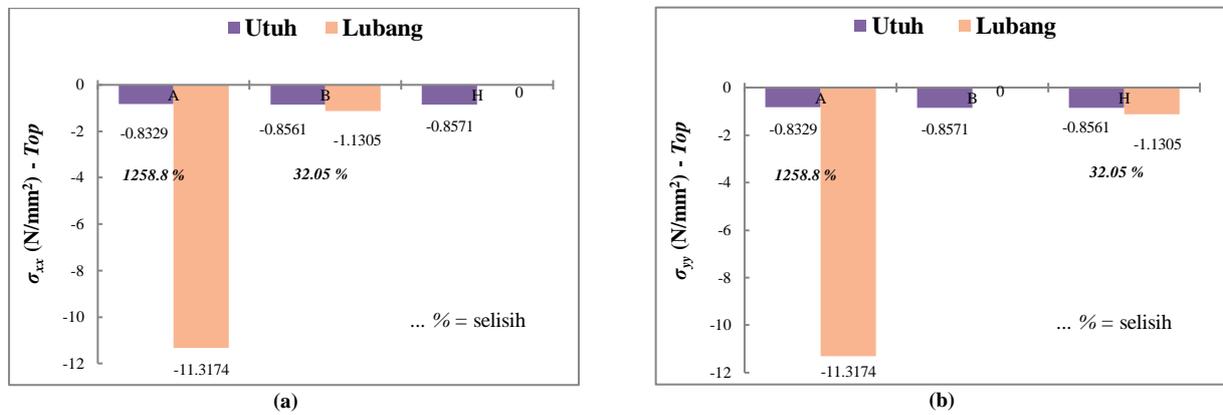
Pada kasus pelat berlubang, tegangan meningkat pada daerah sekitar lubang (Gambar 2 sampai Gambar 4). Peningkatan terbesar dialami oleh ujung-ujung lubang. Dengan adanya peningkatan tegangan, praktis terjadi pula peningkatan momen. Hasil tegangan normal yang terjadi pada titik *A* sampai *H* pada ketiga posisi penempatan lubang disajikan dalam Tabel 3.

Tabel 3. Perbandingan tegangan normal yang terjadi di titik *A* sampai *H* terhadap perubahan posisi penempatan lubang

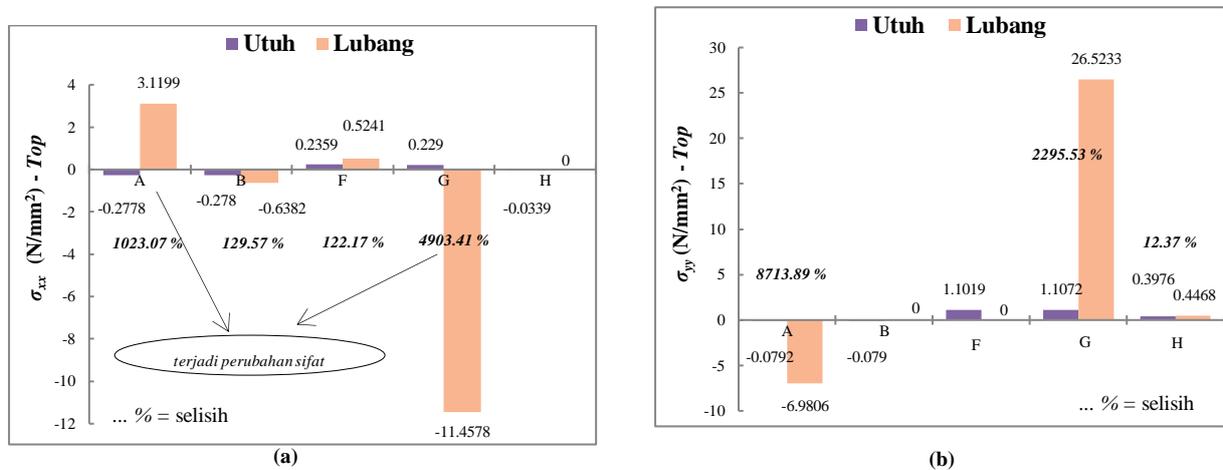
Titik	σ_{xx} (N/mm ²) - Top			σ_{yy} (N/mm ²) - Top		
	Lubang tengah	Lubang sisi	Lubang sudut	Lubang tengah	Lubang sisi	Lubang sudut
<i>A</i>	-11.3174	3.1199	11.0591	-11.3174	-6.9806	1.454
<i>B</i>	-1.1305	-0.6382	0.2133	≈0	≈0	≈0
<i>C</i>	-11.3174	3.1199	-4.9615	-11.3174	-6.9806	-4.9615
<i>D</i>	≈0	≈0	≈0	-1.1305	0.4468	0.2133
<i>E</i>	-11.3174	-11.4578	1.454	-11.3174	26.5233	11.0591
<i>F</i>	-1.1305	0.5241	0.11	≈0	≈0	≈0
<i>G</i>	-11.3174	-11.4578	-0.228	-11.3174	26.5233	-0.228
<i>H</i>	≈0	≈0	≈0	-1.1305	0.4468	0.11

Dari tabel di atas, terlihat bahwa tegangan terbesar terjadi pada ujung-ujung lubang (titik *A*, *C*, *E*, dan *G*). Pada posisi lubang yang ditempatkan di sisi pelat, terjadi tegangan yang paling maksimum sebesar 26.5233 N/mm² di titik *E* dan *G*. Ketika lubang ditempatkan di sudut pelat, tegangan-tegangan yang terjadi ternyata lebih kecil daripada tegangan-tegangan yang ditimbulkan pada saat lubang ditempatkan di tengah atau di sisi pelat. Apabila diamati, akibat

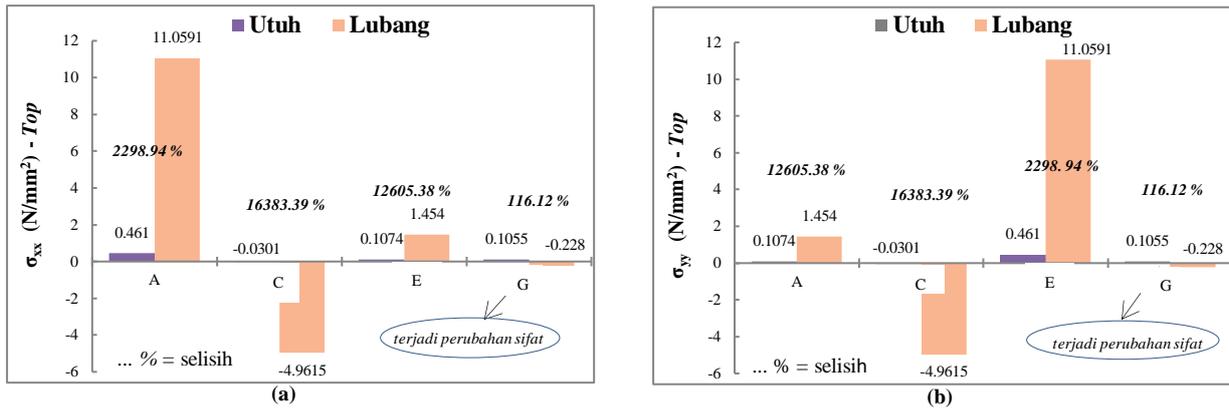
tegangan arah X, maka sisi lubang yang tegak lurus dengan arah tegangan itu (titik *D* dan *H*) mengalami penurunan tegangan hingga mendekati nol. Begitu pula dengan tegangan arah Y, titik *B* dan *F* mengalami penurunan tegangan hingga mendekati nol.



Gambar 4.1. Perbandingan tegangan di titik *A*, *B* dan *H* sebelum dan sesudah adanya lubang pada kasus lubang di tengah. (a) σ_{xx} (b) σ_{yy}

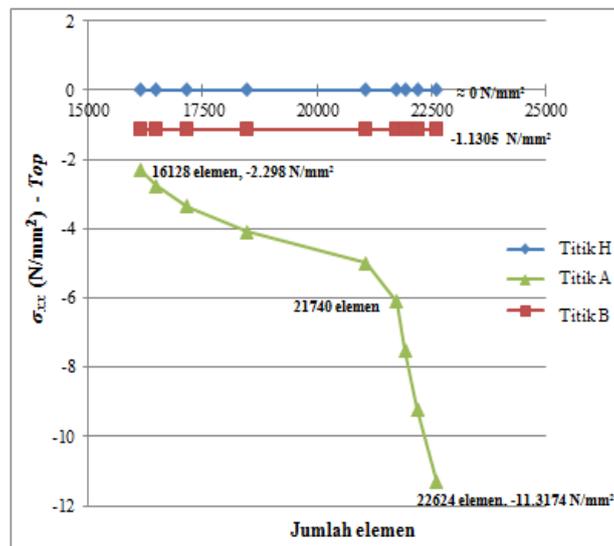


Gambar 4.2. Perbandingan tegangan di titik *A*, *B*, *F*, *G* dan *H* sebelum dan sesudah adanya lubang pada kasus lubang di sisi. (a) σ_{xx} (b) σ_{yy}



Gambar 4.3. Perbandingan tegangan di titik A, C, E, dan G sebelum dan sesudah adanya lubang pada kasus lubang di sudut. (a) σ_{xx} (b) σ_{yy}

Hubungan penambahan jumlah elemen dengan tegangan yang terjadi pada daerah di sekitar lubang dapat dilihat pada Gambar 5 di bawah ini.



Gambar 4.4. Grafik hubungan jumlah elemen dengan tegangan σ_{xx} di titik A, B, dan H pada kasus lubang di tengah.

Dari gambar tersebut tampak bahwa pada ujung lubang (titik A), tegangan yang terjadi terus meningkat seiring bertambahnya jumlah elemen. Sedangkan pada sisi lubang (titik B dan H) tegangannya tidak berubah walaupun elemennya diperbanyak. Fenomena serupa terjadi pada kasus lubang di sisi maupun di sudut pelat baik akibat tegangan arah X maupun arah Y.

Selain terjadi peningkatan tegangan dan momen lentur, pada ujung-ujung lubang terjadi pula peningkatan momen torsi. Pada posisi lubang di tengah, terjadi momen torsi pada keempat ujung lubang sebesar 15921.6403 N-mm/mm. Pada posisi lubang di sisi, terjadi momen torsi

terbesar pada kedua ujung lubang (titik *E* dan *G*) sebesar 23504.2142 N-mm/mm. Sedangkan pada posisi lubang di sudut, momen torsi terbesar terjadi pada titik *A* dan *E* sebesar 11062.5591 N-mm/mm.

Dari hasil analisis, maka momen-momen yang terjadi dapat digunakan dalam mendesain penulangan. Untuk penulangan daerah lubang, cukup diambil momen terbesar selebar 15 mm, karena di luar lebar tersebut momennya sudah dapat ditanggung oleh momen lapangannya. Tabel 4 berikut menyajikan hasil penulangan dari ketiga posisi lubang, sedangkan sketsa hasil penulangan dapat dilihat pada Gambar 6.

Tabel 4a. Hasil perhitungan A_s perlu pada kasus lubang di tengah

Momen	Lokasi	(Nmm/mm)	A_s (mm ² /m)	A_s (mm ² per 15 mm)	A_s 1 tulangan (mm ²)	Terpasang
M_{xx}	<i>Tumpuan</i>	-4892.2204	363.5		78.57	Ø10-200
	<i>Lapangan</i>	3619.5511	212.5		78.57	Ø10-300
	<i>Lubang</i>	27161.9	1651.21	24.77	78.57	1 Ø10
M_{yy}	<i>Tumpuan</i>	-4892.2204	407.985		78.57	Ø 10-175
	<i>Lapangan</i>	3619.5316	212.5		78.57	Ø10-300
	<i>Lubang</i>	27161.9	1905.58	28.59	78.57	1 Ø10

Tabel 4b. Hasil perhitungan A_s perlu pada kasus lubang di sisi

Momen	Lokasi	(Nmm/mm)	A_s (mm ² /m)	A_s (mm ² per 15 mm)	A_s 1 tulangan (mm ²)	Terpasang
M_{xx}	<i>Tumpuan</i>	-4971.3388	369.5		78.57	Ø 10-200
	<i>Lapangan</i>	2150.7195	212.5		78.57	Ø 10-300
	<i>Lubang</i>	27498.6203	1674.22	25.12	78.57	1 Ø10
	<i>Lubang</i>	-7847.7021	441.86	8.3125	78.57	1 Ø10
M_{yy}	<i>Tumpuan</i>	-4950.5623	412.96		78.57	Ø 10-175
	<i>Lapangan</i>	2117.8548	212.5		78.57	Ø10-300
	<i>Lubang</i>	16753.5188	1108.15	16.63	78.57	1 Ø10
	<i>Lubang</i>	-63655.9497	3425.5	57.43	78.57	1 Ø10

Tabel 4c. Hasil perhitungan A_s perlu pada kasus lubang di sudut

Momen	Lokasi	(Nmm/mm)	A_s (mm ² /m)	A_s (mm ² per 15 mm)	A_s 1 tulangan (mm ²)	Terpasang
M_{xx}	<i>Tumpuan</i>	-4987.7847	370.7		78.57	Ø10-200
	<i>Lapangan</i>	2122.892	212.5		78.57	Ø 10-300
	<i>Lubang</i>	-26541.7479	1609.04	24.14	78.57	1 Ø10
	<i>Lubang</i>	11907.5136	680.34	10.21	78.57	1 Ø10
M_{yy}	<i>Tumpuan</i>	-4987.7847	370.7		78.57	Ø10-200
	<i>Lapangan</i>	2122.892	212.5		78.57	Ø 10-300
	<i>Lubang</i>	-26541.7479	1609.04	24.14	78.57	1 Ø10
	<i>Lubang</i>	11907.5136	680.34	11.54	78.57	1 Ø10

BAB 5

KESIMPULAN

Metode elemen hingga merupakan metode pendekatan yang dapat digunakan untuk menganalisis suatu struktur pelat. Dari hasil analisis, akibat adanya lubang, lendutan di sekitar lubang mengalami peningkatan, kecuali pada sisi lubang yang berada dekat dengan tumpuan justru lendutannya mengecil. Pada daerah lubang terjadi pula peningkatan tegangan yang berarti terjadi pula peningkatan momen. Peningkatan tegangan terbesar terjadi pada ujung-ujung lubang. Peningkatan ini berbeda-beda besarnya tergantung pada posisi penempatan lubang. Pada posisi lubang di tengah, peningkatan tegangan normal yang terjadi di ujung lubang sebesar 498.94% sedangkan pada sisinya sebesar 32.05%, pada posisi lubang di sisi terjadi peningkatan tegangan di ujung lubang berkisar antara 1000% - 5000% dan pada sisi lubangnya berkisar antara 12% - 130%, pada posisi lubang di sudut, peningkatan yang terjadi di ujung lubang berkisar antara 100% - 7100% dan di sisi lubang berkisar antara 22% - 31%. Peningkatan tegangan pada ujung lubang terus terjadi seiring dengan bertambahnya jumlah elemen meskipun lendutan di titik tersebut telah mencapai konvergensi. Dengan adanya lubang, maka sisi lubang yang berada tegak lurus dengan arah tegangan yang terjadi akan mengalami penurunan tegangan hingga mendekati nol. Apabila dibandingkan dari ketiga posisi penempatan lubang, maka lubang di posisi sudut adalah yang paling aman, dengan lendutan pada pusat pelat sebesar -0.5421 mm, kenaikan lendutan yang terbesar di sekitar lubang sebesar 7.53%, dan tegangan normal maksimum yang terjadi sebesar 11.0591 N/mm². Dalam pengaplikasian struktur yang demikian, maka pada daerah di sekitar lubang perlu diberikan tulangan tambahan yang berguna untuk mengatasi besarnya momen yang terjadi pada ujung-ujung lubang.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Budynas, R.G.. *Advanced Strength and Applied Stress Analysis*, 2nd Ed. Singapore: McGraw Hill, 1999.
- [2] Cook, Robert D.. *Konsep dan Aplikasi Metode Elemen Hingga*. Bandung: PT. Eresco, 1990.
- [3] Hadipratomo, Winarni, dan Paulus P. Raharjo. *Pengenalan Metode Elemen Hingga pada Teknik Sipil*. Bandung: NOVA, 1985.
- [4] Katili, Irwan. *Aplikasi Metode Elemen Hingga pada Pelat Lentur*. Depok: Fakultas Teknik Universitas Indonesia, 2000.
- [5] Logan, Daryl L.. *A First Course in the Finite Element Method*. Boston: PWS Publishers, 1986.
- [6] SNI 03-2847. *Tata Cara Perhitungan Struktur Beton Untuk Bangunan Gedung*. Bandung, 2002.
- [7] Szilard, Rudolph. *Teori dan Analisa Pelat Metode Klasik dan Numerik*. Jakarta: Erlangga, 1989.
- [8] Tediato, Leo S.. *Estimasi Error Akibat Proses Diskretisasi h dan p Pada Analisis Tegangan Bidang dengan Metode Elemen Hingga*. Tesis Magister Teknik Sipil, Universitas Tarumanagara, 2010.
- [9] Timoshenko, S., S. Woinowsky and Krieger. *Teori Pelat dan Cangkang, Edisi Kedua*. Jakarta: Erlangga, 1988.
- [10] Weaver Jr., William, and Paul R. Johnson. *Elemen Hingga untuk Analisis Struktur*. Bandung: PT. Eresco, 1989.